

2018~2019学年天津河东区高二下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8题，每小题3分，共计24分）

1. 如果 $z = m^2 - 5m + 6 + (m^2 - 3m)i$ 为纯虚数，其中 i 为虚数单位，则实数 m 的值为（ ）.

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

2. 已知复数 z 满足 $(i - 2)z = 5$ ，其中 i 为虚数单位，则 z 的共轭复数为（ ）.

- A. $-2 + i$
- B. $-2 - i$
- C. $2 - i$
- D. $2 + i$

3. $100 \times 99 \times 98 \times \cdots \times 95$ 等于（ ）.

- A. A_{100}^4
- B. A_{100}^5
- C. A_{100}^6
- D. A_{100}^7

4. 复数 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$ （其中 i 为虚数单位）等于（ ）.

- A. 1
- B. -1
- C. i
- D. $-i$

5. 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	m	$\frac{1}{27}$

则 X 的数学期望 $E(X) =$ （ ）.

- A. 2
- B. $\frac{3}{2}$
- C. 1
- D. $\frac{2}{3}$

6. 在5道题中有3道选择题和2道填空题，如果不放回地一次抽取2道题，记事件 A 表示“第1次抽到选择题”，事件 B 表示“第2次抽到填空题”，则

$P(B|A) =$ （ ）.

- A. $\frac{3}{5}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{3}$

7. 某班有60名学生，其中正、副班长各1人，现要选派5人参加一项社区活动，要求正、副班长至少1人参加，问共有多少种选派方法？下面四个计算式中错误的是（ ）.

- A. $C_2^1 C_{59}^4$
- B. $C_{60}^5 - C_{58}^5$
- C. $C_2^1 C_{59}^4 - C_2^2 C_{58}^3$
- D. $C_2^1 C_{58}^4 + C_2^2 C_{58}^3$

8. 登山族为了了解某山高 y (km)与气温 x ($^{\circ}\text{C}$)之间的关系，随机统计了4次山高与相应的气温，并制作了对照表：

气温 x ($^{\circ}\text{C}$)	18	13	10	-1
山高 y (km)	24	34	18	64

由表中数据得到线性回归方程 $\hat{y} = -2x + \hat{a}$ ($\hat{a} \in \mathbf{R}$)，由此估计出山高为72(km)处气温的度数为（ ）.

- A. -10
- B. -8
- C. -7
- D. -6

二、填空题（本大题共6题，每小题4分，共计24分）

9. 在复平面上，复数 z 对应的点为 $A(-2, 1)$ ，则 $|z + 1| =$ _____ .

10. 已知 $(2 + i)(3 + i) = a + bi$ ，其中 $a, b \in \mathbf{R}$ ， i 为虚数单位，则 $a \cdot b$ 的值为 _____ .

11. 二项式 $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式的第三项的系数是 _____ .

12. 某人射击一次击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$ ，经过3次射击，此人恰有两次击中目标的概率为 _____ .

13. 若随机变量 $\xi \sim N(2, 1)$ ，且 $P(\xi \geq 1) = 0.8413$ ， $P(\xi \geq 3) =$ _____ .

14. 从0, 2, 4中取一个数字，从1, 3, 5中取两个数字，组成无重复数字的三位数，则所有不同的三位数中的偶数三位数的概率是 _____ .

三、解答题（本大题共6题，共计52分）

15. 已知 i 为虚数单位， $z_1 = 5 + 10i$ ， $z_2 = 3 - 4i$ ，复数 z 满足 $\frac{1}{z} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$ ，求复数 z .

16. 已知 $\left(2ax - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ ($a \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}^*$) 展开式的前三项的二项式系数之和为46, 所有项的系数之和为1.
- (1) 求 n 和 a 的值.
- (2) 展开式中是否存在常数项? 若存在, 求出常数项, 若不存在, 请说明理由.

17. 一个袋中装有8个大小质地相同的球，其中4个红球、4个白球，现从中一次性取出四个球，设 X 为取得红球的个数.

(1) 求 X 的分布列.

(2) 若取出4个都是红球记5分，取出3个红球记4分，否则记2分. 求得分的期望.

18. 在产品质量检验时，常从产品中抽出一部分进行检查，现在从98件正品和2件次品共100件产品中，任意抽出3件抽查.

(1) 抽出的3件中至少有两件是正品的抽法有多少种？

(2) 抽出的3件中恰好有一件是次品，再把抽出的3件产品放在展台上，排成一排进行对比展览，共有多少种不同的排法？

19. 甲乙两个班级均为40人，进行一门考试后，按学生考试成绩合格与不合格进行统计，甲班合格人数为36人，乙班合格人数为24人.

$P(K^2 > k)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.84	5.024	6.635	7.879	10.83

- (1) 根据以上数据建立一个 2×2 的列联表.
- (2) 试判断成绩与班级是否有关?

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$; $n = a + b + c + d$.

20. 某校设计了一个实验考察方案：考生从6道备选题中随机抽取3道题，按照题目要求独立完成全部实验操作，规定：至少正确完成其中的2道题便可通过，已知6道备选题中考生甲有4道能正确完成，2道题不能完成：考生乙每题正确完成的概率都是 $\frac{2}{3}$ ，且每题正确完成与否互不影响.
- (1) 求甲、乙两考生正确完成题数的概率分布列和甲、乙两考生的数学期望.
- (2) 请分析比较甲、乙两考生的实验操作能力.